

基于能量函数的智能车辆路径曲率平滑方法研究

师强, 杨明

(上海交通大学自动化系, 上海 200240)

摘要: 智能车辆在预防交通事故、缓解交通拥堵、减少排放等社会功效方面具有重要意义, 路径跟踪是智能车辆的重要功能之一, 其被控对象是复杂的车路耦合系统。路径曲率平滑性影响路径跟踪性能, 针对路径曲率的平滑优化问题, 提出一种基于能量函数的曲率平滑方法。首先, 构造能量函数表征路径曲率平滑性; 其次, 基于离散化路径描述设计迭代规则, 使能量函数下降; 最后, 在道路边界已知的情况下增加道路边界约束。真实车辆平台的实验结果表明, 基于能量函数的曲率平滑方法能够在确保路径可通过的前提下进一步提升路径跟踪的乘坐舒适度和控制精度, 提升智能车辆的品质。

关键词: 智能车辆; 路径跟踪; 曲率平滑

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-6652.202018

Research on path curvature smoothing method based on energy function for intelligent vehicles

SHI Qiang, YANG Ming

Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

Abstract: Intelligent vehicles are of great significance in social efficacy such as prevention of traffic accidents, ease traffic congestion and reducing emissions. Path tracking is an important part of intelligent vehicles function, whose controlled object is a complex vehicle-road coupling system. Path curvature smoothness affects path tracking performance. A curvature smoothing method based on energy function was proposed to optimize the smoothness of path curvature. Firstly, an energy function was constructed to characterize the path curvature smoothness. Secondly, an iteration rule was designed to reduce the energy function based on discrete path description. Finally, the constraint of road boundary was considered when the road boundary was known. The experimental results of the real vehicle platform show that the energy function smoothing method can further improve the ride comfort and control accuracy of path tracking on the premise of ensuring the path feasible. The quality of intelligent vehicles is improved.

Key words: intelligent vehicles, path tracking, curvature smoothing

1 引言

智能车辆是指通过搭载先进传感器等装置, 运用人工智能等新技术, 具有自动驾驶功能, 并逐步成为智能移动空间和应用终端的新一代车辆。智能车辆在预防交通事故、缓解交通拥堵、减少排放等

社会功效方面具有重要意义, 是当今国内外的研究热点^[1-2]。智能车辆的关键系统模块包括定位与建图、环境感知、规划与决策、车辆控制、人机交互等^[3]。路径跟踪指通过自动转向控制使车辆始终沿着期望路径行驶^[4], 它是车辆控制模块的重要组成部分。路径跟踪的性能包括乘坐舒适度和控制精

收稿日期: 2020-04-04; 修回日期: 2020-05-06

通信作者: 杨明, MingYANG@sjtu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 61873165)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No. 61873165)

度,是智能车辆品质的重要表现。路径曲率波动会引发路径跟踪控制的稳态前轮转角波动,这种波动会造成乘坐舒适度和控制精度降低。某些场景(如园区内部)下道路的建设具有任意性,其道路本身曲率平滑性较差,进而会影响路径跟踪性能。

针对路径曲率平滑优化问题,参考文献[5-6]分别使用三次多项式曲线和五次多项式曲线平滑路径,多项式曲线上各个点位置为第3个自变量的多项式函数,第3个自变量由人工构造,3次及以上多项式曲线可以确保曲率连续。贝塞尔曲线^[7]是一类特殊的多项式曲线,其多项式参数由控制点确定。B样条曲线^[8-9]与贝塞尔曲线类似,但相比于贝塞尔曲线,优化了局部可调能力。多项式曲线、贝塞尔曲线和B样条曲线均可以构造出曲率连续的曲线,但构造方法割裂了横坐标和纵坐标对曲率平滑性的耦合影响,且无法说明最优性。回旋曲线^[10]的曲率平滑性良好,通常用于公路的缓和曲线,但对于边界位置方向曲率固定的路径来说,往往无法拟合出一条回旋曲线。回旋曲线的推广方法有两种,第一种是分段回旋曲线,连续曲率(continuous-curvature, CC)曲线^[11]满足给定最大曲率和最大曲率变化率约束,但无法进一步优化;参考文献[12]提出了一种对称的分段回旋曲线,其平滑的曲线边界必须同向且曲率为零,应用的场景是直道变道场景,参考文献[13]提出的分段回旋曲线方法无法对边界的曲率进行约束,适用于自动泊车这类极低速场景。第二种是多项式螺旋线,多项式螺旋线可以看作高次的回旋曲线,3次及以上多项式螺旋线可以拟合边界位置方向曲率固定的曲线,参考文献[14]介绍了一种数值迭代的求解方法,但求解过程复杂,有时无法收敛。

为进一步提升路径曲率平滑性,本文提出了一种基于能量函数的曲率平滑方法,该方法通过构造量化指标能量函数表征路径曲率平滑程度,基于离散化路径描述设计迭代规则,使能量函数下降;并通过增加道路边界约束来确保路径可通过性。对比实验证明,所提方法能够进一步提升路径跟踪的乘坐舒适度和控制精度。

2 构造能量函数

能量函数能够从时间维度或空间维度反映事物的某种总体特征,以路径曲率变化率的平方和构造能量函数 E ,当路径是一条连续无限密集曲线时,

能量函数为:

$$E = \int_0^L c'(l)^2 dl \quad (1)$$

其中, l 是路径上一点到起点的距离, $c(l)$ 是路径曲率, L 是路径总长度, $c'(l)$ 是 $c(l)$ 的导数。

E 的特征为 $E \geq 0$ 。 E 越小,路径曲率越平滑;当 E 为0时,路径为恒曲率圆弧,路径曲率平滑性达到最优。曲率优化是路径形状不断调整的过程,实际场景下一般路径很难用解析式表达出来,通常使用等距离散点列表示路径,路径曲率平滑优化的过程是离散点列不断调整位置的过程,等距离散化路径描述下的 E 为:

$$E = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{c_{k+1} - c_k}{\Delta l} \right)^2 \Delta l \quad (2)$$

其中, k 是路径离散化后的离散点序号, c_k 是第 k 点的曲率, Δl 是相邻离散间距, n 是离散点总数。

把弧长增量近似为离散点的间距,方向增量近似为离散点指向下个点的方向的增量,曲率为:

$$c_k = \frac{\theta_k - \theta_{k-1}}{\Delta l} \quad (3)$$

其中, θ_{k-1} 是第 $k-1$ 点指向第 k 点的方向。

可以将特定等距离散化路径 Δl 认为是常量,将式(3)代入式(2),并且提取出 Δl ,最终构造能量函数如下:

$$E = \sum_{k=2}^{n-2} (\theta_{k-1} - 2\theta_k + \theta_{k+1})^2 \quad (4)$$

3 设计迭代规则

式(4)表示路径曲率平滑性的前提是路径离散等距化,迭代规则应在保证离散点等距的同时使 E 下降。设计迭代规则如图1所示,其中 P_{k-3} 至 P_{k+3} 是路径上相邻的7个离散点,第4个点 P_k 的移动会改变 P_k 附近路径的曲率分布,进而改变 E ,故存在 P_k 的最优位置 $\hat{P}_k$ 使得当只有 P_k 移动到最优位置时 E 最小,为保证离散点的等距性, $\hat{P}_k$ 应在 $P_{k-1}P_{k+1}$ 的中心法线上。

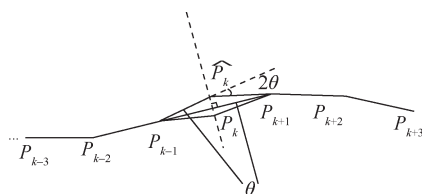


图1 迭代规则

设 $P_{k-1}\hat{P}_k$ 与 $P_{k-1}P_{k+1}$ 间夹角为 θ ，可得 $P_{k+1}\hat{P}_k$ 与 $P_{k+1}P_{k-1}$ 间夹角为 θ ， $\hat{P}_kP_{k+1}$ 与 $P_{k-1}\hat{P}_k$ 之间夹角为 2θ 。设 $\Delta\theta_1$ 、 $\Delta\theta_2$ 、 $\Delta\theta_3$ 、 $\Delta\theta_4$ 分别为 $P_{k-1}P_{k-2}$ 与 $P_{k-2}P_{k-3}$ 、 $P_{k+1}P_{k-1}$ 与 $P_{k-1}P_{k-2}$ 、 $P_{k+2}P_{k+1}$ 与 $P_{k+1}P_{k-1}$ 、 $P_{k+3}P_{k+2}$ 与 $P_{k+2}P_{k+1}$ 间的夹角， $\Delta\theta_1$ 、 $\Delta\theta_2$ 、 $\Delta\theta_3$ 、 $\Delta\theta_4$ 与 θ 无关， E 可表示为式 (5)，其中省略号中的项不受 θ 的影响，不包含 θ 。

$$E = \cdots + (\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1 + \theta)^2 + (-\Delta\theta_2 - 3\theta)^2 + (\Delta\theta_3 + 3\theta)^2 + (\Delta\theta_4 - \Delta\theta_4 + \theta)^2 + \cdots \quad (5)$$

把 E 视作 θ 的函数 $E(\theta)$ ，当 $E'(\theta)$ 为 0 时， $E(\theta)$ 取到最小值。此时 θ 满足式 (6)：

$$\theta = \frac{4\Delta\theta_2 + 4\Delta\theta_3 - \Delta\theta_1 - \Delta\theta_4}{20} \quad (6)$$

其中， $E'(\theta)$ 为 $E(\theta)$ 的导数。

由式 (6) 的 θ 可以确定 $\hat{P}_k$ 的位置。

每次从路径上取相邻 7 个点均可优化第 4 个点的位置，进而使 E 下降，对路径上所有可优化的点进行一次优化为一次迭代，多次迭代即可实现路径曲率的平滑优化。对于离散化曲线来说，1 个点可以表示位置，2 个点可以表示方向，3 个点可以表示曲率，而非闭合曲线边界处均有 3 个点不会被优化（即不会被改变位置），这表示能量函数法会保存边界处的位置、方向、曲率，符合实际场景下的约束；对于闭合曲线来说，不存在边界概念，所有的点均为可优化点。

图 2 和图 3 分别表示两种典型路径下能量函数法的平滑曲率效果，迭代过程中的路径及其曲率变化用蓝线、橙线、黄线、紫线、绿线、青线表示，其中蓝线表示原始的路径及其曲率。图 2 (a) 的原始路径是一条由直道、1/4 圆弧、直道依次相连的非闭合路径，从图 2 (b) 中可以看出原始路径的曲率存在阶跃突变，经过平滑后，路径曲率阶跃突变消失，同时边界处的位置、方向、曲率得以保存。图 3 (a) 是一个正方形闭合路径，4 个角方向不连续，表现为图 3 (b) 中曲率分布存在 4 个尖峰脉冲，并且由于路径离散化作用，4 个尖峰脉冲为有限幅值，随着迭代次数的增加，图 3 (b) 中的尖峰不断平滑直至消失，路径从正方形（蓝线）平滑为圆形（青线）。

4 增加道路边界约束

车辆在实际场景中不应出现蹭路沿或压车道

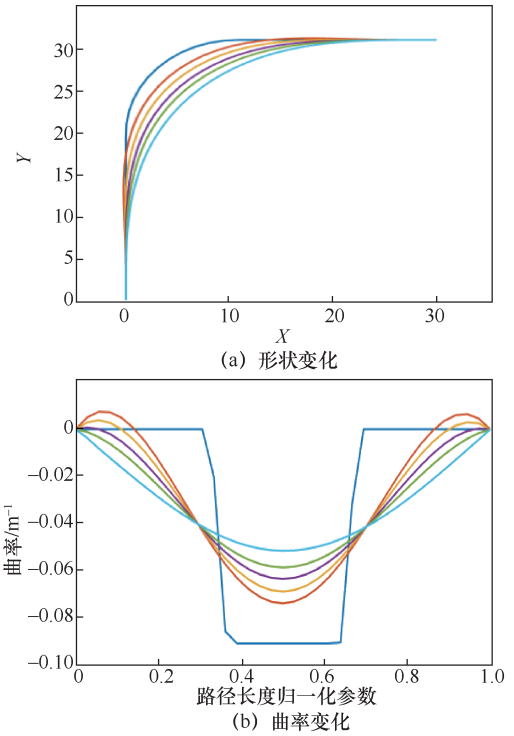


图2 直道-1/4圆弧-直道路径下能量函数法平滑效果

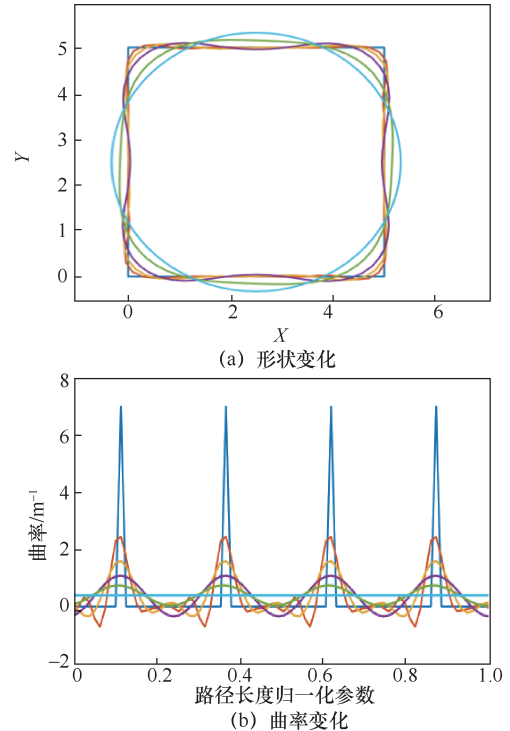


图3 正方形路径下能量函数法平滑效果

线的情况，路径的可通过性优于曲率的平滑性，对路径进行曲率平滑操作时应增加道路边界约束。每次对点进行平滑操作前先判定约束规则，约束规则分为道路左边界约束和道路右边界约束，这里以追踪左边界为例进行说明。如图 4 所示，对 P_k 进行曲

率平滑操作时,求其最优位置 $\hat{P}_k$,由 P_{k-2} 、 P_{k-1} 、 $\hat{P}_k$ 、 P_{k+1} 、 P_{k+2} 组成点列 P ,并求取每个点的方向、曲率,由点的位置、方向、曲率可以唯一确定车的位置,在车体周围设置矩形包围盒ABCD,包围盒的设置应充分考虑轮胎摆动幅度、凸出传感器的安放位置,并且留有安全余量。 P 上每一个点都有唯一确定的包围盒ABCD与之对应。将道路左边界离散成一系列点,并提取部分靠近 P 的点列 $edge$,若 $edge$ 中存在点 $edge_i$ 满足式(7)中的两个条件,表示道路左边界上至少有一点在包围盒内部,说明本次移动点会导致车辆通过道路边界外,舍弃本次移动点操作,继续对下一个点进行操作。

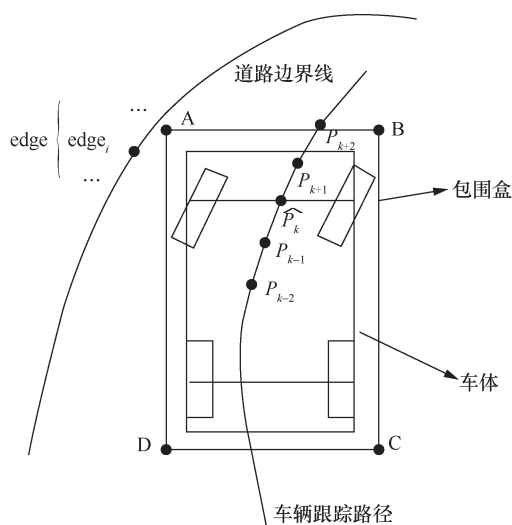


图4 道路边界约束

$$\begin{aligned} (AB \times Aedge_i) \cdot (CD \times Cedge_i) &\geq 0 \\ (DA \times Dedge_i) \cdot (BC \times Bedge_i) &\geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

5 实验结果与分析

测试道路场景有两个,如图5、图6所示,场景一的起点在图5(a)右下角处,场景二的起点在图6(a)左上角处。道路中心线满足路径可通过性,同时在道路左右边界已知的情况下容易提取,以道路中心线为原始路径。图5(b)、图6(b)分别是两条道路中心线的曲率分布,可以看出其曲率平滑性均很差。两个道路场景均为普通园区常见的道路。

使用3次B样条曲线、3次多项式螺旋线和能量函数法平滑曲线对道路中心线进行平滑处理。3次B样条曲线根据不同离散点间距可分为多条,能量函数法分为无道路边界约束的平滑曲线和有道路

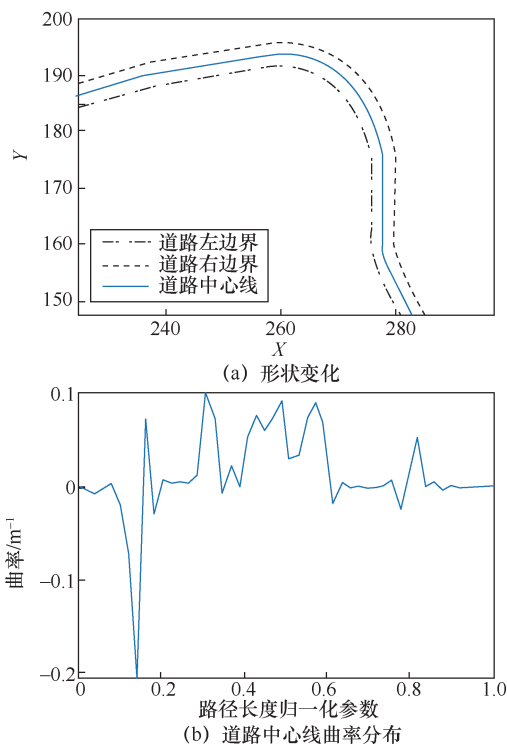


图5 道路场景一说明

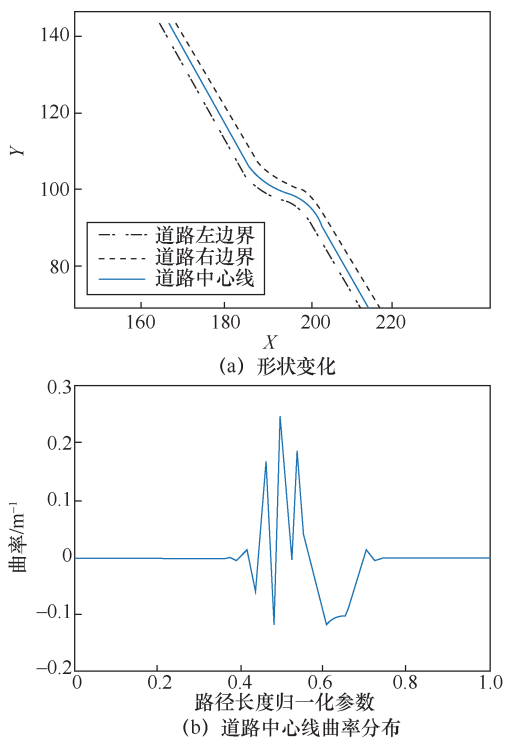


图6 道路场景二说明

边界约束的平滑曲线,平滑结果如图7~图10所示。实验场景下点离散间距越大,3次B样条曲线平滑效果越好,如图7、图8中的橙线、黄线、紫线和图9、图10中的橙线、黄线。离散点间距越大,原始路径形成的控制点对平滑后曲线的曲率分布影响越

小,但这种影响会持续存在。另外,3次B样条曲线平滑过程无法施加道路边界约束,随着离散点间距增大,路径可通过性可能丧失。3次多项式螺旋线平滑效果良好,如图7~图10中的绿线,但同样无法施加道路边界约束,在本实验的两个道路场景下均不满足路径可通过性。能量函数法平滑效果良好,无道路边界约束的能量函数平滑曲线(青线)平滑效果与3次多项式螺旋线(绿线)相似,有道路无道路边界约束的能量函数平滑曲线(黑线)平滑效果虽比无道路边界约束的能量函数平滑曲线(青线)差,但由于迭代机制的存在,在满足路径可通过性的前提下有道路边界约束的能量函数平滑曲线可以达到较好的平滑效果。

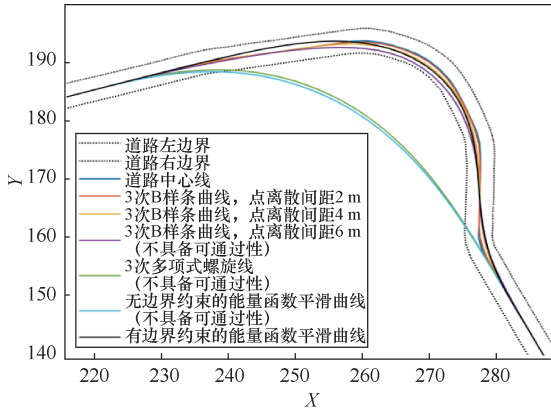


图7 道路场景一不同平滑方法平滑路径

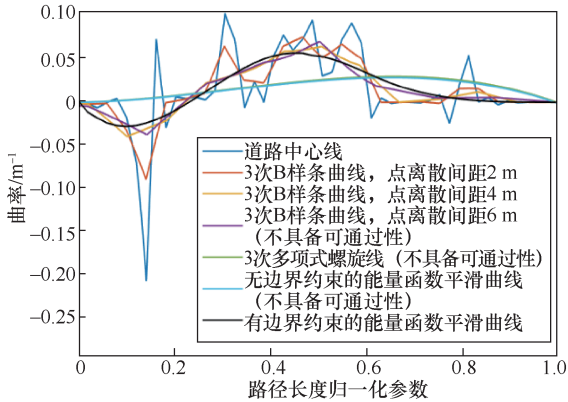


图8 道路场景一不同平滑方法平滑路径曲率分布

测试车辆如图11所示,定位传感器为RTK-GNSS,轴距为2.1 m,控制器输出频率为20 Hz。道路场景一中使用不做平滑处理的道路中心线、点离散间距4 m的3次B样条曲线、有道路边界约束的能量函数平滑曲线作为路径,道路场景二中使用不做平滑处理的道路中心线、点离散间距2 m的3次B样条曲线、有道路边界约束的能量函数平滑曲线作为路

径,每个道路场景分别使用3.5 m/s和5 m/s的车速进行测试。测试结果如图12、图13所示。

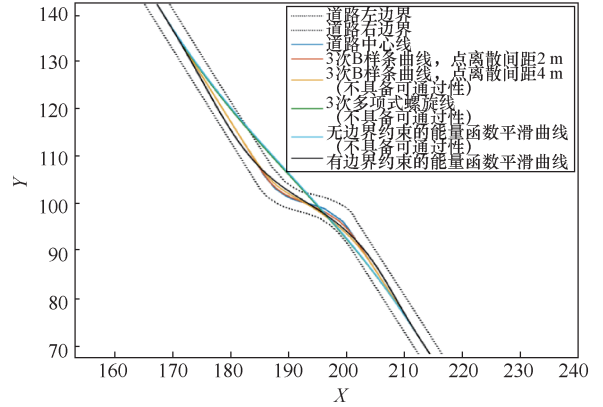


图9 道路场景二不同平滑方法平滑路径

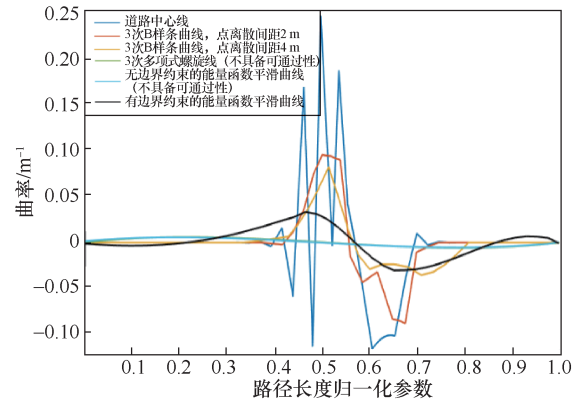


图10 道路场景二不同平滑方法平滑路径曲率分布



图11 测试车辆

图12是傅里叶变换后的前轮转角幅频特性曲线,幅频特性曲线频率越高表示前轮转角波动越剧烈,幅值越大表示前轮转角波动幅度越大,轮转角波动越剧烈和波动幅度越大均会导致车辆乘坐舒适度降低,本文把车辆乘坐舒适度分为最低、较低、中等、较高、最高5类。按路径和车速把图12分为4幅子图,每幅子图比较道路中心线(蓝线)、3次B样条曲线(橙色)、能量函数平滑曲线(黄

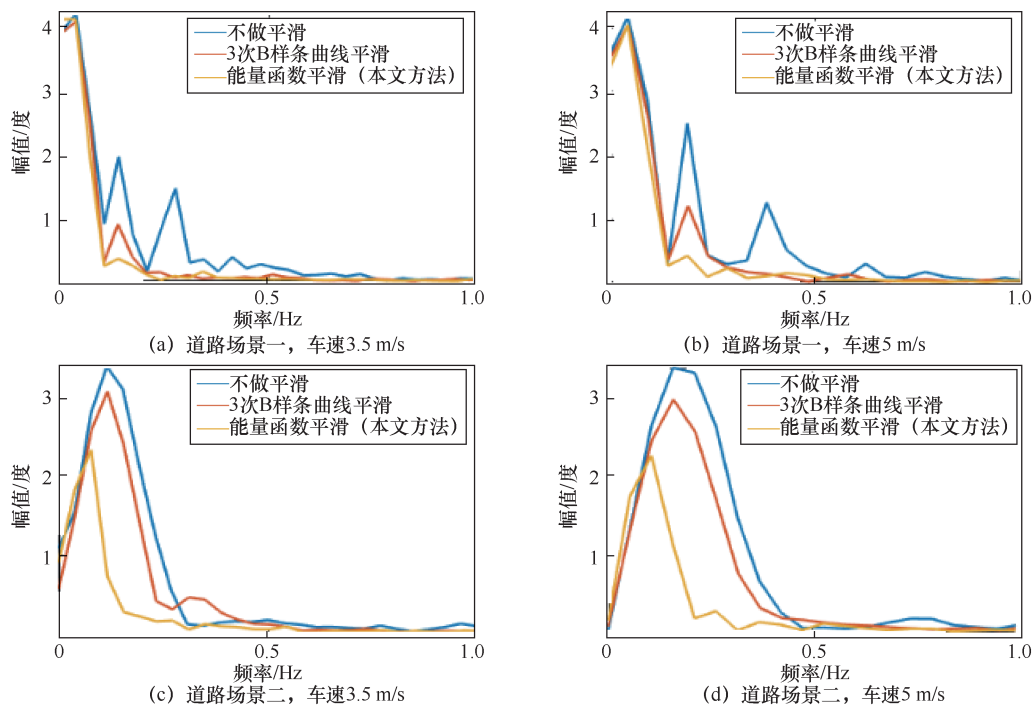


图 12 不同平滑方法前轮转角幅频特性曲线对比

色)的测试结果。在图 12 (a) 中, 频率小于 0.1 Hz 时 3 种方法幅频特性曲线表现相似, 频率大于 0.1 Hz 时不做平滑路径(即道路中心线)的幅频特性曲线出现了两个尖峰, 评其乘坐舒适度为最低; 3 次 B 样条曲线出现了一个尖峰, 幅值比不做平滑路径的第一个尖峰小一半, 评其乘坐舒适度为较高; 能量函数平滑曲线没有出现尖峰, 评其乘坐舒适度为最高。由图 12 (b) 可以得出与图 12 (a) 相同的结论。图 12 (c) 中 3 种方法的幅频特性曲线均出现了一个尖峰, 不做平滑路径的峰值和峰值频率最高, 评其乘坐舒适度为最低; 3 次 B 样条曲线的峰值小于不做平滑路径的峰值, 其峰值频率接近不做平滑路径的峰值频率, 评其乘坐舒适度为较低; 能量函数平滑路径的峰值和峰值频率为最低, 评其乘坐舒适度为最高。由图 12 (d) 可以得出与图 12 (c) 相同的结论。

图 13 是横向偏差的测试结果, 横向偏差是车辆到路径的横向距离, 是控制精度的重要参考, 横向偏差越小表征控制精度越高。按道路场景和车速把图 13 分为 4 幅子图, 每幅子图比较道路中心线(蓝线)、3 次 B 样条曲线(橙线)、能量函数平滑曲线(黄线)的测试结果, 提取其中的横向偏差正向最大值、横向偏差负向最大值、横向偏差波动幅

度并汇总, 见表 1。

表 1 汇总了图 12 和图 13 的部分数据和结论, 其中加黑字体表示横向对比性能最优。可以看到, 在所有测试场景车速下能量函数平滑方法的乘坐舒适度最高。横向偏差负向最大值、横向偏差正向最大值、横向偏差波动幅度均反映了控制精度, 且越接近 0 表示控制精度越好, 在道路场景一、车速 5 m/s 下, 能量函数平滑方法横向偏差正向最大值优于 3 次 B 样条曲线平滑方法; 横向偏差负向最大值和横向偏差波动幅度弱于 3 次 B 样条曲线平滑方法, 单看此场景车速无法说明能量函数平滑方法的控制精度优于 3 次 B 样条曲线平滑方法, 原因在于道路场景一下的 3 次 B 样条曲线平滑方法的曲率分布十分接近能量函数平滑方法, 如图 8 的黄线和黑线, 这种接近具有偶然性, 并且由于随机扰动的存在, 导致能量函数平滑方法的横向偏差负向最大值比 3 次 B 样条曲线平滑方法大 3 cm(绝对值比较), 能量函数平滑方法的横向偏差波动幅度比 3 次 B 样条曲线大 2 cm。在除场景一、车速 5 m/s 外的其他 3 个场景、车速下, 能量函数平滑方法的控制精度均优于 3 次 B 样条曲线平滑方法, 在场景二中这种优越性更加明显, 表现为车速为 3.5 m/s 时能量函数平滑方法横向偏差波动幅度比 3 次 B 样条曲线平

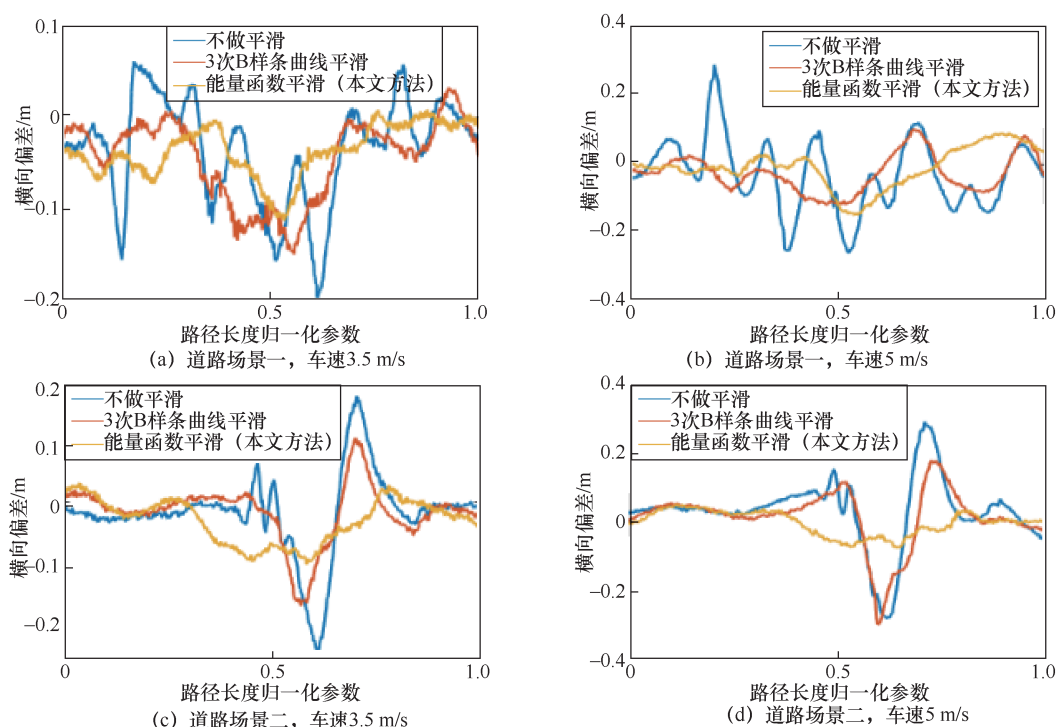


图13 不同平滑方法横向偏差对比

表1

不同平滑方式部分测试数据对比

场景	比较项	不做平滑	3次B样条曲线平滑	能量函数平滑 (本文方法)
道路场景一, 车速 3.5 m/s	乘坐舒适度	最低	较高	最高
	横向偏差负向最大值/m	-0.189	-0.144	-0.108
	横向偏差正向最大值/m	0.058	0.031	0.005
	横向偏差波动幅度/m	0.247	0.175	0.113
道路场景一, 车速 5 m/s	乘坐舒适度	最低	较高	最高
	横向偏差负向最大值/m	-0.266	-0.122	-0.152
	横向偏差正向最大值/m	0.300	0.105	0.095
	横向偏差波动幅度/m	0.566	0.227	0.247
道路场景二, 车速 3.5 m/s	乘坐舒适度	最低	较低	最高
	横向偏差负向最大值/m	-0.258	-0.178	-0.102
	横向偏差正向最大值/m	0.183	0.111	0.028
	横向偏差波动幅度/m	0.441	0.289	0.130
道路场景二, 车速 5 m/s	乘坐舒适度	最低	较低	最高
	横向偏差负向最大值/m	-0.289	-0.308	-0.078
	横向偏差正向最大值/m	0.297	0.179	0.032
	横向偏差波动幅度/m	0.586	0.487	0.110

滑方法提升约 2 倍, 车速为 5m/s 时能量函数平滑方法横向偏差波动幅度比 3 次 B 样条曲线平滑方法提升约 4 倍。图 12、图 13 和表 1 说明了能量函数平滑方法提升乘坐舒适度和控制精度的有效性。

6 结束语

本文从路径优化角度提升智能车辆路径跟踪性能, 提出了一种基于能量函数的曲率平滑

方法, 实验结果表明相对于现有方法, 所提方法能在确保路径可通过的前提下进一步提升乘坐舒适度和控制精度, 提升智能车辆的品质, 未来会进一步在多车多场地下验证该方法的通用有效性。

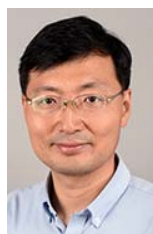
参考文献:

- [1] 苏宏业, 周泽, 刘之涛, 等. 电动汽车智能动态无线充电系统的研究现状与展望[J]. 智能科学与技术学报, 2020, 2(1): 1-9.
SU H Y, ZHOU Z, LIU Z T, et al. Research review and prospect of intelligent dynamic wireless charging system for electric vehicles[J]. Chinese Journal of Intelligent Science and Technology, 2020, 2(1): 1-9.
- [2] 杨超, 高玉, 艾云峰, 等. 端对端平行无人矿山系统及其关键技术[J]. 智能科学与技术学报, 2019, 1(3): 228-240.
YANG C, GAO Y, AI Y F, et al. End-to-end parallel autonomous mining systems and key technologies[J]. Chinese Journal of Intelligent Science and Technology, 2019, 1(3): 228-240.
- [3] YURTSEVER E, LAMBERT J, CARBALLO A, et al. A survey of autonomous driving: common practices and emerging technologies[J]. IEEE Access, 2020, 8.
- [4] 陈慧岩, 陈舒平, 龚建伟. 智能汽车横向控制方法研究综述[J]. 兵工学报, 2017, 38(6): 1203-1214.
CHEN H Y, CHEN S P, GONG J W. A review on the research of lateral control for intelligent vehicles[J]. Acta Armamentarii, 2017, 38(6): 1203-1214.
- [5] PETROV P, NASHASHIBI F. Modeling and nonlinear adaptive control for autonomous vehicle overtaking[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 15(4): 1643-1656.
- [6] 任玥, 郑玲, 张巍, 等. 基于模型预测控制的智能车辆主动避撞控制研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(4): 404-410.
REN Y, ZHENG L, ZHANG W, et al. A study on active collision avoidance control of autonomous vehicles based on model predictive control[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(4): 404-410.
- [7] BAE I, MOON J, PARK H, et al. Path generation and tracking based on a Bézier curve for a steering rate controller of autonomous vehicles[C]//2013 16th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems. Piscataway: IEEE Press, 2013.
- [8] 张永华, 杜煜, 潘峰, 等. 基于三次 B 样条曲线拟合的智能车轨迹跟踪算法[J]. 计算机应用, 2018, 38(6): 42-47.
ZHANG Y H, DU Y, PAN F, et al. Intelligent vehicle path tracking algorithm based on cubic B-spline curve fitting[J]. Journal of Computer Applications, 2018, 38(6): 42-47.
- [9] 杜明博, 梅涛, 陈佳佳, 等. 复杂环境下基于 RRT 的智能车辆运动规划算法[J]. 机器人, 2015, 37(4): 443-450.
DU M B, MEI T, CHEN J J, et al. RRT-based motion planning algorithm for intelligent vehicle in complex environments[J]. Robot, 2015, 37(4): 443-450.
- [10] 徐海贵, 王春香, 杨明, 等. 基于曲率平滑的智能车辆道路跟踪控制[J]. 上海交通大学学报, 2008, 42(12): 1958-1961.
XU H G, WANG C X, YANG M, et al. Path following control of intelligent vehicle based on curvature smoothing[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2008, 42(12): 1958-1961.
- [11] FRAICARD T, SCHEUER A. From reeds and shepp's to continuous-curvature paths[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2004, 20(6): 1025-1035.
- [12] FUNKE J, GERDES J C. Simple clothoid lane change trajectories for automated vehicles incorporating friction constraints[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2016, 138(2): 021002.
- [13] FUJI H, XIANG J Y, TAZAKI Y, et al. Trajectory planning for automated parking using multi-resolution state roadmap considering non-holonomic constraints[C]//2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings. Piscataway: IEEE Press, 2014: 407-413.
- [14] KELLY A, NAGY B. Reactive nonholonomic trajectory generation via parametric optimal control[J]. International Journal of Robotics Research, 2003, 22(7-8): 583-601.

[作者简介]



师强(1995—), 男, 上海交通大学自动化系硕士生, 主要研究方向为智能车辆的定位与控制。



杨明(1975—), 男, 博士, 上海交通大学自动化系教授, 上海交通大学智能车实验室负责人, 主要研究方向为智能车辆的定位、感知、导航、控制、自动驾驶、辅助驾驶和协作驾驶。