

基于积分反步法的四旋翼飞行器控制设计

郭妍, 吴美平, 唐康华, 王雪莹

(国防科技大学智能科学学院, 湖南 长沙 417300)

摘要: 针对目前利用反步法设计控制律模型复杂且工程难以实现的问题, 提出一种基于积分反步法的四旋翼飞行器控制律设计方法。该方法利用基于李雅普诺夫稳定性理论的反步法控制技术, 实现了飞行器位置和姿态的有效跟踪控制, 保证了四旋翼飞行控制器的稳定性; 进一步分析飞行器模型特性, 提出在对姿态控制的反步法设计中加入积分项, 并通过设置适当的积分项常数来简化控制律模型, 增强控制算法的实用性。仿真实验结果表明, 该控制器能够无误差地实现姿态跟踪、定点到达和轨迹跟踪。

关键词: 欠驱动四旋翼飞行器; 李雅普诺夫稳定性; 积分项; 反步法

中图分类号: TP311.134.3

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-6652.201924

Integral back-stepping algorithm for designing the quadrotor aircraft controller

GUO Yan, WU Meiping, TANG Kanghua, WANG Xueying

College of Intelligence Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 417300, China

Abstract: In view of the problem that the back-stepping algorithm control model is complex and physically difficult to realize, a method of integral back-stepping algorithm for the under-actuated quadrotor aircraft was proposed in this paper. The back-stepping technique based on the Lyapunov stability theory was used to realize the effective tracking control of position and attitude, and ensure the stability of the quadrotor aircraft controller. In order to simplify the controller model, it is proposed to add the integral term in the process of the back-stepping attitude controller design according to the characteristics of the aircraft model, and set the appropriate integral term constant to reduce the burden of the controller and to enhance the practicability of the control algorithm. The controller can realize the stabilization of each attitude, the fixed point, the trajectory track of the position and yaw without error.

Key words: the under-actuated quadrotor aircraft, Lyapunov stability, the integral term, the back-stepping algorithm

1 引言

四旋翼飞行器通过电机带动螺旋桨旋转, 能够完成垂直起降、定点悬停等行为动作, 且其操作简单, 因此备受青睐^[1-4]。但是, 四旋翼飞行器的强非线性、强耦合性和欠驱动性, 使得其控制方法偏难、控制模型复杂, 因此一直是国内外学者研究的重点

和难点^[5]。

传统的PID(比例(proportion)、积分(integral)、微分(differential))控制算法原理简单, 但是控制参数很难随着环境的变化进行自我调节^[6-10]。文献[11]提出利用神经网络(neural networks)的自学习能力对PID控制参数进行实时优化, 但是该方法的实时性较差, 这是因为控制参数的自学习过程需要时

收稿日期: 2019-05-05; 修回日期: 2019-06-14

通信作者: 郭妍, guoyan010417@126.com

基金项目: 湖南省科技创新平台与人才计划基金资助项目(No.2017RS3045); 国家重点研发计划基金资助项目(No.2017YFC0601701)

Foundation Items: Hunan Science and Technology Innovation Platform and Talent Plan (No.2017RS3045), National Key R&D Program of China (No. 2017YFC0601701)

间。文献[12]在文献[11]的基础上,加入了自适应环节来提高系统的收敛速度,解决了实时性差的问题。但是,加入神经网络辅助的 PID 控制算法复杂度较高,在工程上难以实现。

反步法在四旋翼飞行器系统控制设计中越来越多地受到重视,但是存在虚拟控制量表达形式复杂,以及控制算法设计复杂和物理实现困难的问题^[13-16]。本文提出了一种基于积分反步法(integral back-stepping algorithm)的四旋翼飞行器控制律设计方法。该方法先对四旋翼飞行器进行数学建模,并利用基于李雅普诺夫(Lyapunov)稳定性理论的反步法实现了飞行器位置和姿态的有效跟踪控制,同时在对姿态控制的反步法设计中加入了积分项,并通过设置适当的积分项常数来简化控制器模型。仿真实验验证,该控制器能够无误差地实现姿态跟踪、定点到达和轨迹跟踪。

2 四旋翼飞行器模型的简化

四旋翼飞行器的非线性数学模型可以简化为

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi)u_1 \\ m\ddot{y} = (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi)u_1 \\ m\ddot{z} = (\cos\phi \cos\theta)u_1 - mg \\ J_x\ddot{\phi} = lu_2 + \dot{\theta}\dot{\psi}(J_y - J_z) \\ J_y\ddot{\theta} = lu_3 + \dot{\phi}\dot{\psi}(J_z - J_x) \\ J_z\ddot{\psi} = lu_4 + \dot{\phi}\dot{\theta}(J_x - J_y) \end{cases} \quad (1)$$

其中, (x, y, z) 和 (ϕ, θ, ψ) 分别为机体的位置坐标和姿态信息, m 为机体的质量, l 为桨叶中心到机体中心的距离, J_x 、 J_y 和 J_z 分别为机体围绕 x 、 y 、 z 轴旋转的转动惯量, $u_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为模型控制输入。

令

$$\begin{cases} x_1 = \phi \\ x_2 = \dot{\phi} = \dot{x}_1 \\ x_3 = \theta \\ x_4 = \dot{\theta} = \dot{x}_3 \\ x_5 = \psi \\ x_6 = \dot{\psi} = \dot{x}_5 \\ x_7 = z \\ x_8 = \dot{z} = \dot{x}_7 \\ x_9 = x \\ x_{10} = \dot{x} = \dot{x}_9 \\ x_{11} = y \\ x_{12} = \dot{y} = \dot{x}_{11} \end{cases} \quad (2)$$

则可将式(1)拆分成针对姿态控制的转动子系统 S_1 和针对位置控制的平动子系统 S_2 , 即

$$S_1 : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_4 x_6 a_1 + b_1 u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = x_2 x_6 a_2 + b_2 u_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = x_2 x_4 a_3 + b_3 u_4 \end{cases} \quad (3)$$

$$S_2 : \begin{cases} \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = -g + \cos x_1 \cos x_3 u_1 / m \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = u_x u_1 / m \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = u_y u_1 / m \end{cases} \quad (4)$$

其中, $a_1 = \frac{J_y - J_z}{J_x}$, $a_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y}$, $a_3 = \frac{J_x - J_y}{J_z}$,

$b_1 = l / J_x$, $b_2 = l / J_y$, $b_3 = l / J_z$, $u_x = \cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5$, $u_y = \cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5$ 。

3 基于积分反步法的控制律设计

由式(1)可知,四旋翼飞行器控制研究问题是一个欠驱动控制问题,下面将对其进行具体分析。

3.1 四旋翼飞行器的姿态控制

从式(3)可以看出,四旋翼飞行器的姿态 ϕ 、 θ 和 ψ 可分别由 $u_i (i=1, 2, 3)$ 来控制。

(1) 横滚角的控制

首先定义横滚角跟踪误差为

$$e_\phi = \phi_d - \phi = x_{1d} - x_1 \quad (5)$$

其中, $\phi_d = x_{1d}$ 为期望的横滚角轨迹。

选择 Lyapunov 函数 V_1 为

$$V_1 = \frac{1}{2} e_\phi^2 + \frac{1}{2} k_\phi \Gamma_\phi^2 \quad (6)$$

其中, $\Gamma_\phi = \int e_\phi dt$ 为横滚角的积分项。

计算式(6)的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_\phi \dot{e}_\phi + k_\phi \Gamma_\phi \dot{\Gamma}_\phi \\ &= e_\phi (\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1) + k_\phi \Gamma_\phi e_\phi \end{aligned} \quad (7)$$

将 $\dot{x}_1$ 当作虚拟控制量,则当期望的虚拟控制 $(\dot{x}_1)_d$ 为

$$(\dot{x}_1)_d = c_1 e_\phi + k_\phi \Gamma_\phi + \dot{x}_{1d} \quad (8)$$

可使得 $\dot{V}_1 = -c_1 e_\phi^2 \leq 0$, 其中 c_1 为正常数。

通过式 (8) 可得虚拟控制 $\dot{x}_1$ 与期望的虚拟控制 $(\dot{x}_1)_d$ 的误差为

$$e_{\phi 2} = (\dot{x}_1)_d - \dot{x}_1 = c_1 e_\phi + k_\phi \Gamma_\phi + \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 \quad (9)$$

对上式进行求导运算, 即

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\phi 2} &= c_1 \dot{e}_\phi + k_\phi \dot{\Gamma}_\phi + \ddot{x}_{1d} - \ddot{x}_1 = \\ &= c_1 (-c_1 e_\phi - k_\phi \Gamma_\phi + e_{\phi 2}) + k_\phi e_\phi + \ddot{x}_{1d} - x_4 x_6 a_1 - b_1 u_2 \end{aligned} \quad (10)$$

选择关于 e_ϕ 、 Γ_ϕ 和 $e_{\phi 2}$ 的李雅普诺夫函数 V_2 为

$$V_2 = \frac{1}{2} e_\phi^2 + \frac{1}{2} k_\phi \Gamma_\phi^2 + \frac{1}{2} e_{\phi 2}^2 \quad (11)$$

它的导数形式为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_\phi \dot{e}_\phi + k_\phi \Gamma_\phi \dot{e}_\phi + e_{\phi 2} \dot{e}_{\phi 2} \\ &= k_\phi \Gamma_\phi \dot{e}_\phi + e_\phi (-c_1 e_\phi - k_\phi \Gamma_\phi + e_{\phi 2}) + e_{\phi 2} \dot{e}_{\phi 2} \\ &= e_\phi (-c_1 e_\phi + e_{\phi 2}) + e_{\phi 2} \dot{e}_{\phi 2} \end{aligned} \quad (12)$$

假定期望的 $\dot{e}_{\phi 2}$ 有如下形式:

$$\dot{e}_{\phi 2} = -c_2 e_{\phi 2} - e_\phi \quad (13)$$

可使得 $\dot{V}_2 = -c_1 e_\phi^2 - c_2 e_{\phi 2}^2 \leq 0$, 其中 c_2 为正常数。

此时, 通过比较式 (10) 和式 (13) 可得横滚转矩输入控制量 u_2 为

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{1}{b_1} [(-c_1^2 + k_\phi + 1) e_\phi + (c_1 + c_2) e_{\phi 2} \\ &\quad - c_1 k_\phi \Gamma_\phi + \ddot{x}_{1d} - x_4 x_6 a_1] \end{aligned} \quad (14)$$

当积分项参数 $k_\phi = c_1^2 - 1 \geq 0$ 时, 控制量 u_2 可简化为

$$u_2 = \frac{1}{b_1} [(c_1 + c_2) e_{\phi 2} - c_1 k_\phi \Gamma_\phi + \ddot{x}_{1d} - x_4 x_6 a_1] \quad (15)$$

(2) 俯仰角的控制

俯仰角 θ 的控制机理与横滚角 ϕ 相似, 首先定义俯仰角跟踪误差角为

$$e_\theta = \theta_d - \theta = x_{3d} - x_3 \quad (16)$$

其中, x_{3d} 为期望的俯仰角轨迹。

由上述方法可得俯仰转矩输入量 u_3 为

$$u_3 = \frac{1}{b_2} [(c_3 + c_4) e_{\theta 2} - c_3 k_\theta \Gamma_\theta + \ddot{x}_{3d} - x_2 x_4 a_2] \quad (17)$$

其中, $e_{\theta 2} = (\dot{x}_3)_d - \dot{x}_3$, $\Gamma_\theta = \int e_\theta dt$, c_3 、 c_4 和 k_θ 为非负的控制参数, 且满足 $k_\theta = c_3^2 - 1 \geq 0$ 。

(3) 偏航角的控制

首先定义偏航角跟踪误差角为

$$e_\psi = \psi_d - \psi = x_{5d} - x_5 \quad (18)$$

其中, x_{5d} 为期望的偏航角轨迹。

由上述方法可得偏航转矩输入量 u_4 为

$$u_4 = \frac{1}{b_3} [(c_5 + c_6) e_{\psi 2} - c_5 k_\psi \Gamma_\psi + \ddot{x}_{5d} - x_2 x_4 a_3] \quad (19)$$

其中, $e_{\psi 2} = (\dot{x}_5)_d - \dot{x}_5$, $\Gamma_\psi = \int e_\psi dt$, c_5 、 c_6 为非负的控制参数, $k_\psi = c_5^2 - 1 \geq 0$ 为积分项参数。

3.2 四旋翼飞行器的位置控制

从式 (2) 和式 (4) 可以看出, 水平坐标 x 和 y 这两个自由度是欠驱动的, 分别由 ϕ 、 θ 和 ψ 间接驱动。

(1) 高度位置的控制

关于高度的控制, 本文也采用积分反步法。定义高度跟踪误差角为

$$e_{z1} = z_d - z = x_{7d} - x_7 \quad (20)$$

其中, x_{7d} 为期望的偏航角轨迹。

由上述方法可得高度控制输入量 u_1 为

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} [g + (1 - c_{z1}^2 + k_{z1}) e_{z1} + \\ &\quad (c_{z1} + c_{z2}) e_{z2} - c_{z1} k_{z1} \Gamma_z + \ddot{x}_{7d}] \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $e_{z2} = (\dot{x}_7)_d - \dot{x}_7$, $\Gamma_z = \int e_{z1} dt$, c_{z1} 、 c_{z2} 为非负的控制参数, $k_z \geq 0$ 为积分项参数。

(2) 水平位置的控制

由式 (3) 和式 (4) 可得期望的横滚角 ϕ_d 与俯仰角 θ_d 分别为

$$\phi_d = x_{1d} = \sin^{-1} (u_x \sin x_5 - u_y \cos x_5) \quad (22)$$

$$\theta_d = x_{3d} = \sin^{-1} \left[\frac{u_x}{\cos x_1 \cos x_5} - \frac{\sin x_1 \sin x_5}{\cos x_1 \cos x_5} \right] \quad (23)$$

与式 (21) 相似, 可以得出位置坐标 x 和 y 的间接控制输入为

$$\begin{cases} u_x = \frac{m}{u_1} [e_{x1} - c_{x1}^2 e_{x1} + k_{x1} e_{x1} + c_{x1} e_{x2} + c_{x2} e_{x2} + \ddot{x}_{9d} - c_{x1} k_{x1} \Gamma_x] \\ u_y = \frac{m}{u_1} [e_{y1} - c_{y1}^2 e_{y1} + k_{y1} e_{y1} + c_{y1} e_{y2} + c_{y2} e_{y2} + \ddot{x}_{11d} - c_{y1} k_{y1} \Gamma_y] \end{cases} \quad (24)$$

其中, $x_d = x_{9d}$ 和 $y_d = y_{11d}$ 分别为在 x 和 y 方向上的期望位置, c_{x1} 、 c_{x2} 、 k_{x1} 、 c_{y1} 、 c_{y2} 、 k_{y1} 都是非负数, $\Gamma_x = \int e_{x1} dt$, $\Gamma_y = \int e_{y1} dt$; 且

$$\begin{cases} e_{x1} = x_d - x = x_{9d} - x_9 \\ e_{x2} = \dot{x}_{9d} - \dot{x}_9 = c_{x1}e_{x1} + k_{x1}\Gamma_x + \dot{x}_{9d} - x_{10} \\ e_{y1} = y_d - y = x_{11d} - x_{11} \\ e_{y2} = \dot{x}_{11d} - \dot{x}_{11} = c_{y1}e_{y1} + k_{y1}\Gamma_y + \dot{x}_{11d} - x_{12} \end{cases} \quad (25)$$

3.3 总体控制流程

综合上述分析可得, 基于积分反步法的四旋翼飞行器总体控制流程如图 1 所示。

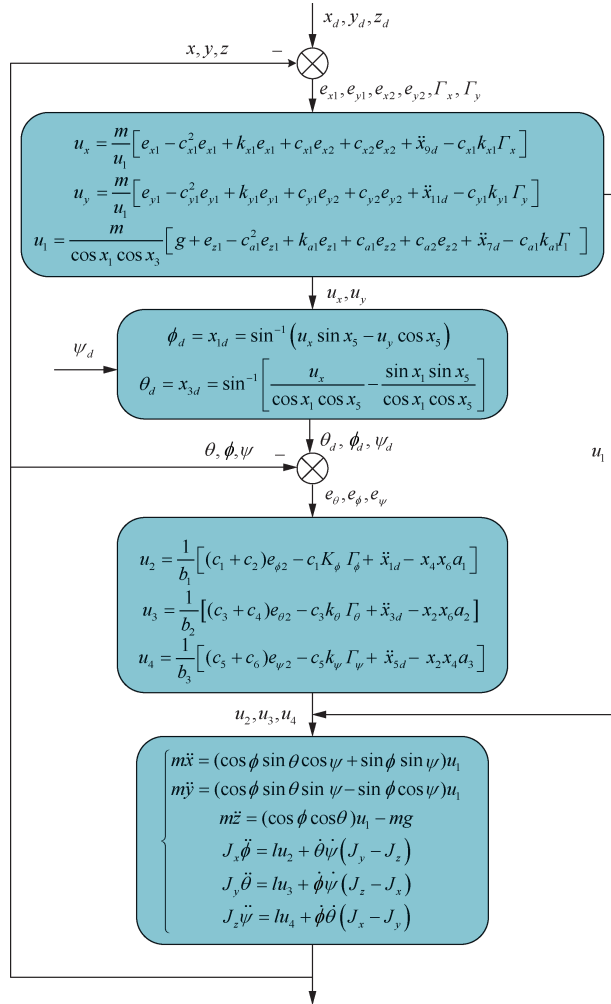


图 1 四旋翼飞行器的总体控制流程

4 仿真结果与性能分析

本文中的实验四旋翼飞行器的主要参数见表 1。

表 1 四旋翼飞行器仿真参数

参数	m (kg)	J_x (kg·m ²)	J_y (kg·m ²)	J_z (kg·m ²)	l (m)
量值	0.6150	0.0154	0.0154	0.0309	0.0305

4.1 四旋翼飞行器的姿态镇定仿真实验

选取机体姿态的初始状态和目标状态分别为

$(\phi_0, \theta_0, \psi_0) = (45^\circ, 30^\circ, 60^\circ)$, $\phi_d = \theta_d = \psi_d = 0^\circ$, 仿真时间为 20 s。

图 2 给出了控制模型简化前、后飞行器各姿态角随时间变化的过程。从图中可以看出, 横滚角、俯仰角和偏航角都能在各自控制器的作用下在较短时间内迅速、无稳态误差地收敛至期望的目标姿态角。不同的是, 控制模型简化后的控制器由于利用积分项参数调节的方式降低了姿态控制力度, 其收敛时间 (4 s) 要略长于控制模型简化前的收敛时间 (2 s)。

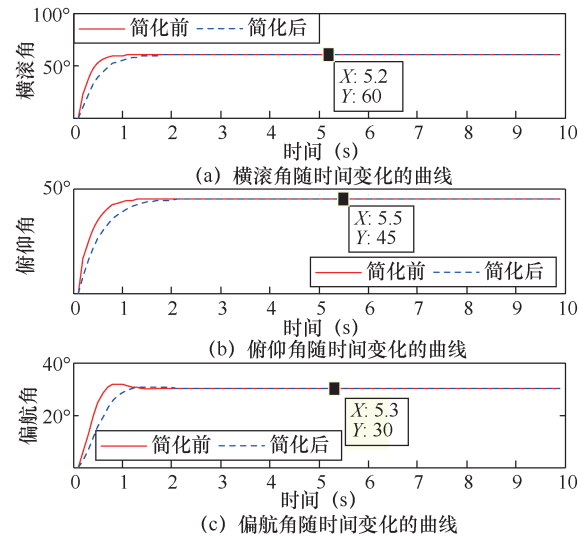


图 2 控制模型简化前、后飞行器各姿态角随时间变化的曲线

表 2 给出了四旋翼飞行器在简化前、后的各姿态控制器作用下各步的运算耗时, 可以看出, 利用积分项简化后, 控制模型各步的运行时间较短。

表 2 积分项简化后控制模型各步的运行时间平均值

控制器	单步运行时间平均值 (s)
简化前	4.5733×10^{-5}
简化后	2.2341×10^{-5}

图 2 和表 2 说明了本文提出的以积分项参数调节的方式来简化姿态控制模型的方案是可行的, 可将其应用到飞行器定点到达和轨迹跟踪的仿真实验中。

4.2 四旋翼飞行器的定点到达仿真实验

下面的实验是为了验证简化后的积分反步法控制器可实现飞行器的定点到达。选定四旋翼飞行器的初始平衡点和目标状态分别为

$$\begin{cases} (x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0) \\ (\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) = (1, -2, 0) \\ \phi_0 = \theta_0 = \psi_0 = 0^\circ \end{cases}, \begin{cases} (x_d, y_d, z_d) = (20, 30, 50) \\ \psi_d = 60^\circ \end{cases}$$

其中, 位置和速度的单位分别为 s 和 m/s, 仿真时间为 60 s。

图3给出了四旋翼飞行器各位置信息随时间变化的曲线。从图中可以看出, 简化后的积分反步法控制器可使飞行器最终到达期望的位置定点。

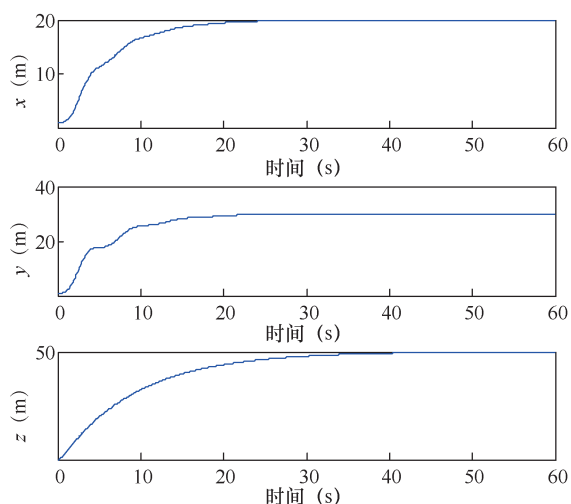


图3 四旋翼飞行器各位置信息随时间变化的曲线

图4给出了四旋翼飞行器各姿态角随时间变化的曲线。可以看出, 横滚角和俯仰角虽然在简化后的控制器作用下最终都能收敛到一个稳定值, 但是其振荡幅值较大且相比于偏航角收敛速度较慢。这是因为期望偏航角是事先设置的, 是一个稳定的值, 但期望的横滚角和俯仰角是按照无人机的其他参数实时获取的, 是不确定的参数, 故相对于其他两个姿态角的跟踪过程, 偏航角的振荡幅值更小, 收敛时间更短。

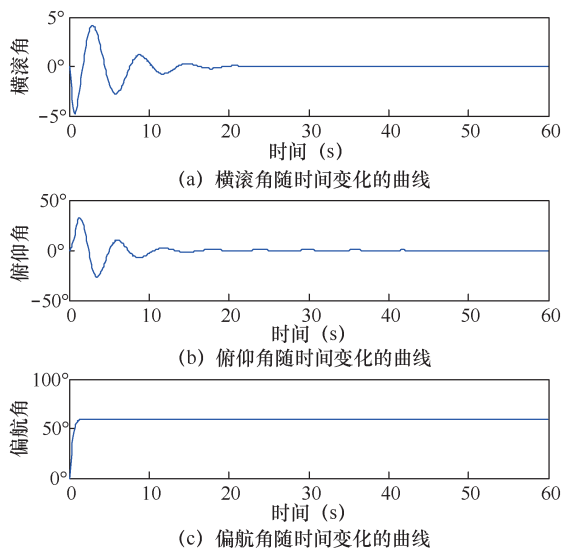


图4 四旋翼飞行器各姿态角随时间变化的曲线

4.3 四旋翼飞行器的轨迹跟踪仿真实验

下面的实验是为了验证简化后的积分反步法控制器可实现飞行器的轨迹跟踪。选定四旋翼飞行器在平衡点处, 即 $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 0)$, $\phi_0 = \theta_0 = \psi_0 = 0^\circ$ 。将跟踪轨迹设定为 $x_d = 0.4 \sin t$, $y_d = 0.5 \sin t$, $z_d = 0.3 \sin t$, $\psi_d = 30 \sin t$ 。位置、速度的单位分别为 s、m/s, 仿真时间为 100 s。

图5至图7给出了在简化后的控制器作用下四旋翼飞行器的实际飞行位置和期望位置及其偏差曲线。可以看出, 简化后的飞行器能较好地跟踪期望轨迹, 并且其水平位置和高度位置能分别在 10 s 和 40 s 内无误差地稳定跟踪。

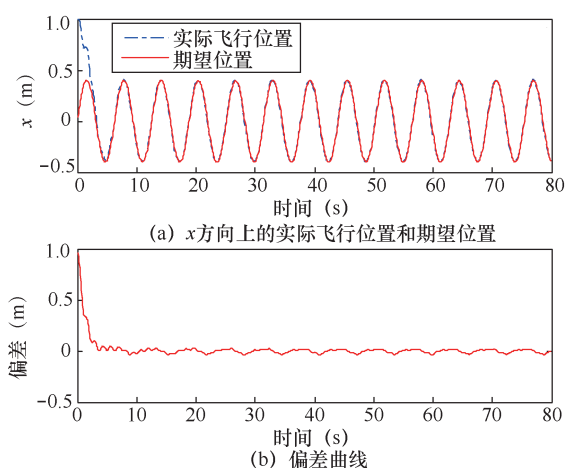


图5 x方向上的实际飞行位置和期望位置及其偏差曲线

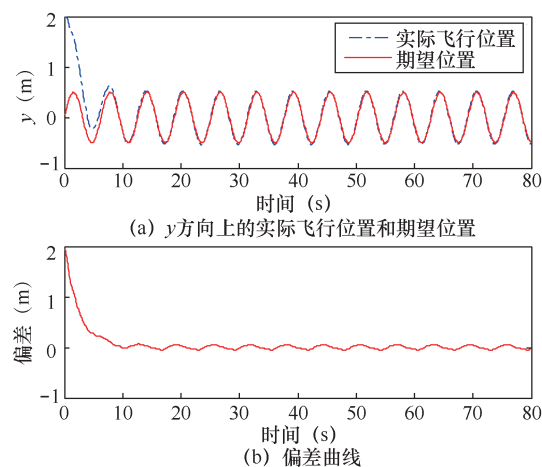


图6 y方向上的实际飞行位置和期望位置及其偏差曲线

图8至图9给出了在简化后的控制器作用下四旋翼飞行器各姿态角随时间变化的曲线。可以看出, 简化后的控制器能够使偏航角快速地跟踪上期望的正弦路线, 且不会产生稳定的误差; 同时, 虽然没有给定规则的期望横滚角和俯仰角, 但水平位置的稳定会使

横滚角和俯仰角形成一个稳定的轨迹。

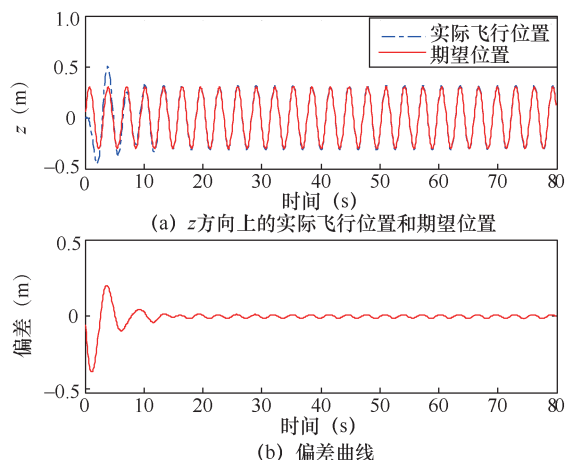


图 7 z 方向上的实际飞行位置和期望位置及其偏差曲线

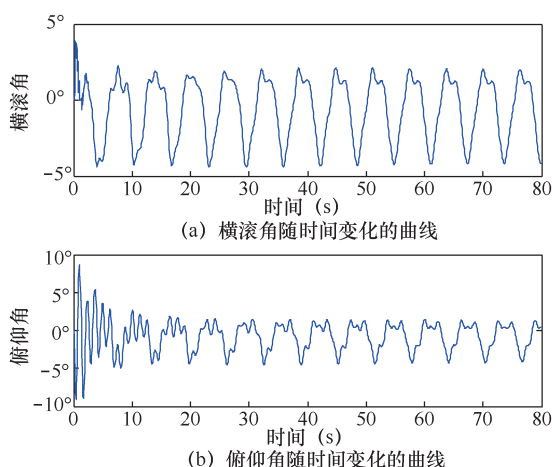


图 8 四旋翼飞行器横滚角和俯仰角随时间变化的曲线

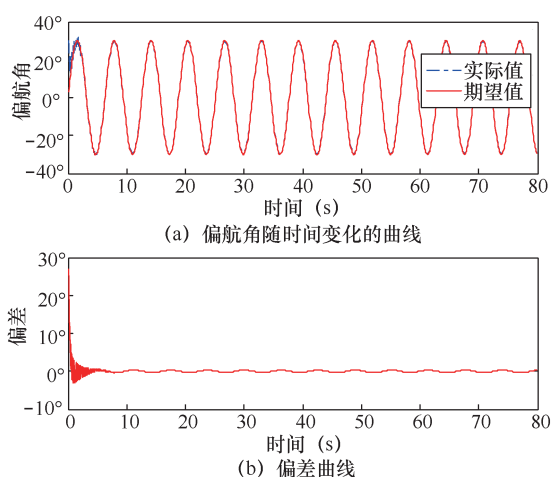


图 9 四旋翼飞行器偏航角随时间变化的曲线及其偏差曲线

综合上述实验结果可知, 基于积分反步法的四旋翼飞行器控制设计能实现位置和姿态的有效控制。

5 结束语

本文提出了一种基于积分反步法的飞行控制律设计方法。利用反步法的李雅普诺夫稳定性理论, 保证了飞行器 PID 控制器的稳定性, 同时鉴于姿态控制子系统的完全驱动特性, 通过加入积分项和设置合理的积分项参数等, 达到简化控制器模型的目的。仿真实验结果表明, 简化后的积分反步法四旋翼飞行器控制设计能够无误差地实现其各姿态跟踪、定点达到、位置与偏航角的轨迹跟踪。

参考文献:

- [1] KAYACAN E, MASLIM R. Type-2 fuzzy logic trajectory tracking control of quadrotor VTOL aircraft with elliptic membership functions[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(2): 339-348.
- [2] KOCER B B, TJAHIOWIDODO T, LEE G S G. Centralized predictive ceiling interaction control of quadrotor VTOL UAV[J]. Aerospace Science & Technology, 2018, 76(1): 455-465.
- [3] LYU X, GU H, ZHOU J, et al. A hierarchical control approach for a quadrotor tail-sitter VTOL UAV and experimental verification[C]// IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems Hongkong, China, 2017.
- [4] 张居乾, 任朝晖, 周来宏, 等. 基于指数收敛的四旋翼无人机鲁棒自适应飞行控制[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(4): 548-553.
- [5] DU B H, POLYAKOV A, ZHENG G, et al. Quadrotor trajectory tracking by using fixed-time differentiator[J]. International Journal of Control, 2018: 1-15.
- [6] CHERRAT N, BOUBERTAKH H, ARIQUI H. Adaptive fuzzy PID control for a quadrotor stabilization[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 312(1): 012002.
- [7] BOLANDI H, REZAEI M, MOHSENIPOUR R, et al. Attitude control of a quadrotor with optimized PID controller[J]. Intelligent Control & Automation, 2013, 4(3): 342-349.
- [8] WANG H Y, ZHAO J K, YU W X, et al. Modelling and position tracking control for quadrotor vehicle[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012a, 20(4): 455-489.
- [9] 陈彦民, 何勇灵, 孔令博. 四旋翼飞行器分散 PID 神经网络控制[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(2): 185-190.
- [10] CHEN Y M, HE Y L, KONG L B. Decentralized PID neural network control for a quadrotor helicopter[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(2): 185-190.
- [11] TAO Y, XIE G, CHEN Y, et al. A PID and fuzzy logic based method for quadrotor aircraft control motion[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2016, 31(6): 2975-2983.
- [12] 姚乐, 管业鹏, 金星. 基于改进单神经元的四旋翼 PID 控制器设计[J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(4): 68-70.
- [13] YAO L, GUAN Y P, JIN X. Design of quadrotor PID controller based on improved single neuron[J]. Computer Measurement & Control, 2016, 24(4): 68-70.
- [14] 李砚浓, 李汀兰, 姜艺, 等. 基于 RBF 神经网络自适应 PID 四旋翼飞行器控制[J]. 控制工程, 2016, 23(3): 378-382.
- [15] LI Y N, LI T L, JIANG Y, et al. Adaptive PID control of quadrotor

based on RBF neural network[J]. Control Engineering of China, 2016, 23(3): 378-382.

- [13] BOUABDALLAH S, SIEGWART R. Backstepping and sliding -mode techniques applied and indoor micro quadrotor[J]. IEEE Trans. on Robotics and Automation, 2005: 2259-5564.
- [14] BASRI M A M, HUSAIN A R, DANAPALASIGAM K A. Enhanced back-stepping controller design with application to autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2015, 79(2): 295-321.
- [15] 滕雄, 吴怀宇, 陈洋, 等. 基于反步法的四旋翼飞行器轨迹跟踪研究[J]. 计算机仿真, 2016, 33(5): 78-83.
TENG X, WU H Y, CHEN Y. Trajectory tracking of quadrotor aircraft base on back-stepping[J]. Computer Simulation, 2016, 33(5): 78-83.
- [16] 夏琳琳, 丛靖宇, 马文杰, 等. 基于浸入与不变原理的四旋翼姿态系统反步滑模控制[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(5): 695-700.
XIA L L, CONG J Y, MA W J. Back-stepping sliding mode control of quadrotor attitude system based on immersion and invariance[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(5): 695-700.



吴美平（1971—），男，福建南平人，国防科技大学智能科学学院博士生导师，主要研究方向为捷联式重力仪技术、无人机导航与控制等。



唐康华（1978—），男，湖南邵阳人，国防科技大学智能科学学院副研究员，主要研究方向为无人机飞行控制技术。

[作者简介]



郭妍（1990—），女，湖北咸宁人，国防科技大学智能科学学院博士生，主要研究方向为无人机导航与控制等。



王雪莹（1993—），女，河南周口人，国防科技大学智能科学学院博士生，主要研究方向为导航技术。